

広島市立大学大学院 情報科学研究科

模擬問題 A

データ構造とアルゴリズム

(90分)

科 目
データ構造とアルゴリズム

注意事項

本問題は、平成30年度に実施される広島市立大学大学院情報科学研究科博士前期課程一般入試のために作成した模擬問題です。筆記試験を学習する際の参考資料として使用して下さい。

第1問 (1 / 2)

【問1】 キューに値 x を追加する操作を `enqueue(x)`, キューから値を取り除き, その値を返す操作を `dequeue()` とする。空のキューを用意し, 図 1.1 の操作を行ったとき, 操作終了後の変数 c と変数 d の値を答えよ。

`enqueue(1) → enqueue(6) → enqueue(10) → a = dequeue() → b = dequeue()`
`→ enqueue(a+b) → c = dequeue() → d = c - dequeue()`

図 1.1 キューの操作

【問2】 ハッシュテーブルとして長さ n の配列 $a[0], \dots, a[n-1]$ を確保し, 配列 $X[] = \{52, 99, 45, 10, 19, 12, 39\}$ を内部ハッシュ法により管理する。

X の各要素 x に対して, ハッシュ関数は $h_0(x) = x \pmod{n}$, 衝突時の再ハッシュ関数は $h_i(x) = h_0(x) + i \pmod{n}$, $i=1, 2, 3, \dots$ で表されるとする。 X の全てのデータ $X[0], X[1], \dots$ の順に $n=10$ のハッシュテーブルに入力した場合, ハッシュテーブルは最終的にどのようなようになるか, $a[0], \dots, a[n-1]$ の値を記述せよ。

【問3】 図 1.2 で示される二分木がある。○の中に書かれた数字は各節点 (ノード) に格納されている要素の値であり, `root` は二分木の根を指すポインタである。二分木の根から出発して, 全節点を通るプログラムである関数 `func` (図 1.3) に, `root` を引数として渡した場合, 出力される要素の値を順に答えよ。ただし, ノードの構造体は図 1.4 で表現される。

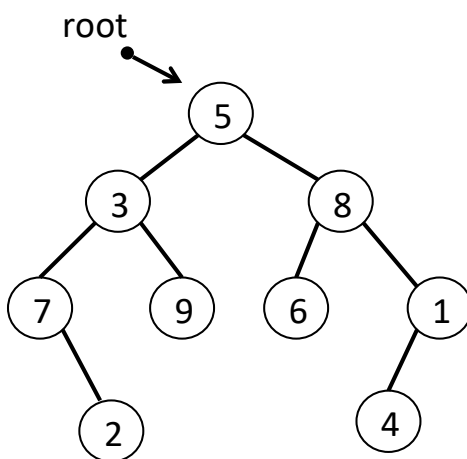


図 1.2 二分木

```
void func(struct node *p) {
    if(p->left!=NULL) func(p->left);
    printf("%d ", p->element); //出力
    if(p->right!=NULL) func(p->right);
}
```

図 1.3 関数 `func`

```
struct node {
    int element; // 要素
    struct node *left;
    struct node *right;
};
```

図 1.4 節点の構造体

第1問 (2/2)

【問4】ある再帰的アルゴリズムのデータ数 n ($n \geq 1$) に対する計算時間 $T(n)$ は以下の漸化式で表される。 $T(n)$ を n の多項式で表し, その結果をオーダー記法で記述せよ。ただし, $T(0)=0$, c は定数とする。答えだけではなく, 解答に至った理由も書くこと。

$$T(n) = T(n-1) + c(n-1)$$

第2問 (1 / 5)

ヒープとは、以下の条件を満たし、各節点（ノード）にデータ（値）を持つ2分木である。

(条件1) 木の高さを h とするとき、深さ $h-1$ までの部分は完全2分木になっている。深さ h の部分は木の左部分に詰められている。

(条件2) ノード v の親を u とするとき、それぞれに保持されている要素 x_v と x_u は次の条件を満たす。

$$x_v \leq x_u$$

ヒープを n 個の要素 $a[0], \dots, a[n-1]$ で構成される配列で実現すると、ノード番号 i のノードが持つデータ（値）を要素 $a[i]$ に格納し、二つの子ノードが持つデータ（値）を要素 $a[2i+1]$ と $a[2i+2]$ に格納することになる。ただし、根のノード番号を 0 とし、根が持つデータ（値）は $a[0]$ に格納することとする。図 2.1 に各ノードに整数値を持つヒープの例を示す。

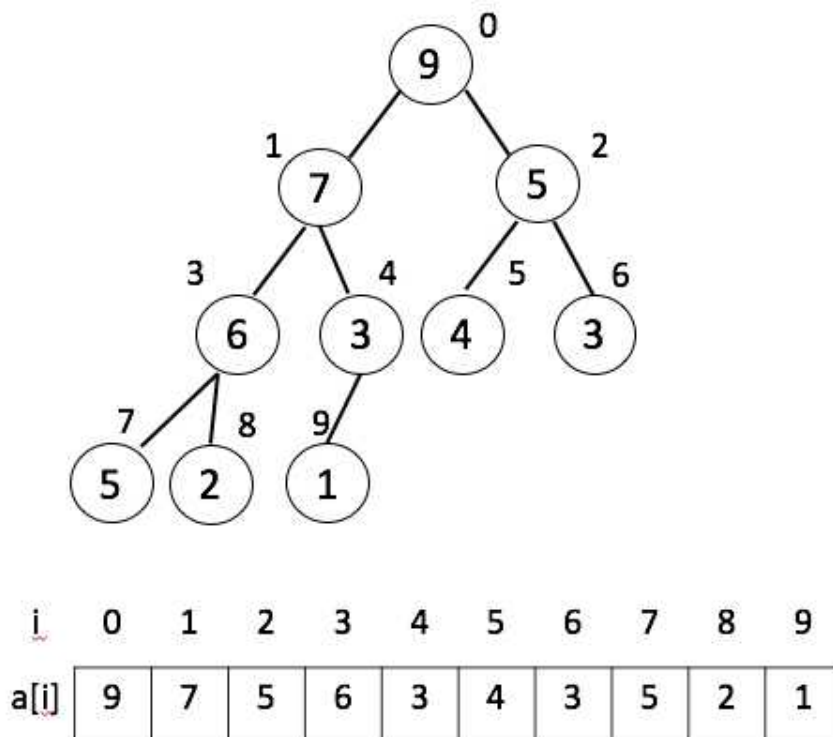


図 2.1 ヒープとその配列による実現の例

第2問 (2 / 5)

【問1】今、図 2.1 のヒープの根 ($a[0]$) を削除した後、上述のヒープの (条件 1) と (条件 2) を満たすように、以下の操作を行う。なお、この操作を DELETEMAX と呼ぶことにする。

(手順 1) 木の最下段の最も右の要素を根 (配列の先頭) へ移す。

(手順 2) 以下の操作を根から始め、交換が生じなくなるまで下へ向かって繰り返す。
なお、以下の操作を DOWNMAX と呼ぶことにする。

現在の節点を、その二つの子の大きい方の要素 (左の子のみであればその要素) と比較する。親の方が小さければそれと交換し、交換先を現在の節点とする。

図 2.1 に示すヒープに対してヒープの根 ($a[0]=9$) を削除した後、木構造はどのように変化するか、削除後のヒープの木構造を記述せよ。

【問2】図 2.2 に示すプログラムリストは、配列で表現されたヒープに対し DELETEMAX の操作を行う処理を実装したものの一部である。関数 `downmax` と関数 `deletemax` は、それぞれ DOWNMAX 操作および DELETEMAX 操作を行うものである。なお、関数 `deletemax` は、削除したヒープの根の値がこの関数の返り値となる。プログラムリスト中の (a) ~ (i) を適切に埋めよ。

【問3】図 2.1 に示すヒープに対してヒープの根 ($a[0]=9$) を削除する時、図 2.2 の関数 `deletemax` を適用すると、ヒープが作成されるまでに複数回関数 `downmax` が呼び出される。関数 `downmax` が 2 回目と 3 回目に呼ばれた直後の配列 a の内容 $a[0] \sim a[8]$ を求めよ。

【問4】図 2.3 に示す関数 `heapify` は、入力された配列 a を、図 2.2 の関数 `downmax` を用いてヒープの条件を満たすように並び替えるものである。図 2.4 を用いて、関数 `heapify` の動作を説明する。図 2.4 において、配列 a の最後尾の要素は $a[8]$ で、その親は $a[3]$ である。関数 `downmax` は、まず、 $a[3]$ に適用される (I)。次に、 $a[2]$ (II), $a[1]$ (III), $a[0]$ (IV) に順次適用されることにより、最終的に配列 a 全体がヒープとなる。図 2.3 のプログラムリスト中の (a) ~ (c) を適切に埋めよ。

第2問 (3 / 5)

```
void downmax(int i, int *a, int n){
    int j;
    int tmp;
    j=2*i+1; /* iの左の子 */
    if(j>=n) return;
    if(j+1<n && (a))
        j=j+1; /* jはiの子で大きな値を持つ方 */
    if((b)) { /* iとjの交換*/
        tmp=a[i];
        a[i]=a[j];
        a[j]=tmp;
        downmax((c), (d), (e)); /* 再帰的実行 */
    }
}

int deletemax(int *a, int n){
    int max;
    max=a[0];
    (f) /* 手順1 */
    downmax((g), (h), (i));
    return(max);
}
```

図 2.2 DELETEMAX 操作を行うプログラム

```
void heapify(int *a, int n){
    int i;
    for((a);(b);(c)) downmax(i, a, n);
}
```

図 2.3 ヒープ作成を行うプログラム

第2問 (4 / 5)

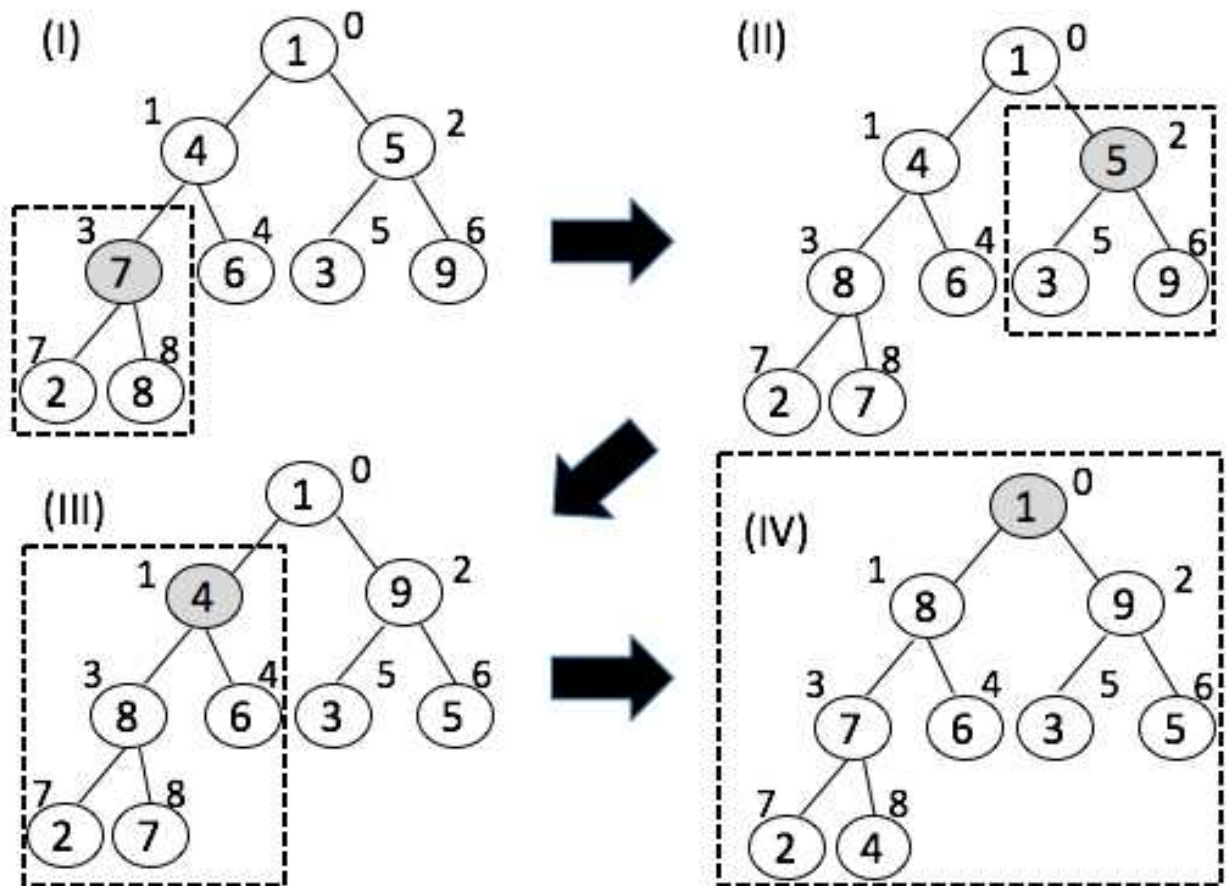


図 2.4 関数 `heapify` を用いたヒープ作成の過程

【問 5】以下の空欄(a)～(d)に当てはまるものを選択肢から選び、答えよ。

n 個の要素からなるヒープについて考える。このヒープの高さは $\boxed{(a)}$ である。DELETEMAX の操作について、関数 `downmax` が呼ばれるのは、最悪の場合で、 $\boxed{(a)}$ 回となる。関数 `downmax` の処理時間は、再帰呼出部分を除くと $O(\boxed{(b)})$ であるため、DELETEMAX 操作全体の計算量は $O(\boxed{(c)})$ となる。DELETEMAX 操作で n 個の要素から値が最大のものを取り出した後、残りの $n-1$ 個の要素に対し、再度 DELETEMAX 操作を適用する。この操作を、残りの要素が 1 個になるまで繰り返し続けると、 n 個の要素を大きい順に整列することができるが、この時、この整列にかかる計算量は $O(\boxed{(d)})$ となる。

第2問 (5 / 5)

(a)の選択肢 ① n ② n^2 ③ $\lfloor \log_2 n \rfloor$ ④ $\lfloor n \log_2 n \rfloor$

(b)の選択肢 ① 1 ② n ③ n^2 ④ $\log n$

(c)の選択肢 ① n^2 ② $\log n$ ③ $n \log n$ ④ $n^2 \log n$

(d)の選択肢 ① n^2 ② $\log n$ ③ $n \log n$ ④ $n^2 \log n$