

広島市立大学大学院 情報科学研究科

模擬問題B

数学

(2科目 : 90分)

科	目
第1問・第2問	線形代数学
第3問・第4問	解析学

注意事項

本問題は、平成30年度に実施される広島市立大学大学院情報科学研究科博士前期課程一般入試のために作成した模擬問題です。筆記試験を学習する際の参考資料として使用して下さい。

第1問【線形代数学】(1 / 1)

【問1】 3次元空間における平面 P を $2x + 3y + z = 0$ とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 点 $(0, 2, 1)$ を通り、平面 P に垂直な直線 L の方程式を求めよ。なお、求める方程式は媒介変数（パラメータ）を用いない表示とすること。
- (2) 平面 P と直線 L との交点を求めよ。
- (3) 点 $A(a, b, c)$ を通り、平面 P に垂直な直線を M とする。平面 P と直線 M の交点を $B(d, e, f)$ とするとき、点 A と B の関係は、3次正方行列 D を用いて

$$\begin{pmatrix} d \\ e \\ f \end{pmatrix} = D \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

と表すことができる。このとき3次正方行列 D を求めよ。

【問2】 以下の問いに答えよ。

- (1) 正方行列 A と B がともに正則ならば、 tBA も正則であることを示せ。なお、 tB は B の転置行列を表す。
- (2) 零ベクトルではない3つのベクトル \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} が1次独立ならば、3つのベクトル $\mathbf{a} + 2\mathbf{b} + 3\mathbf{c}$, $-\mathbf{a} + \mathbf{b} - 2\mathbf{c}$, $2\mathbf{a} - 2\mathbf{b} + 3\mathbf{c}$ も1次独立となることを示せ。
- (3) 3変数 x_1, x_2, x_3 の2次形式 $Q(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_2^2 - x_3^2 + 2x_1x_2 - x_1x_3$ は、

3次実対称行列 C とベクトル $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ を用いて

$$Q(x_1, x_2, x_3) = {}^t\mathbf{x}C\mathbf{x}$$

と書き表すことができる。このときの C を求めよ。

第2問【線形代数学】(1 / 1)

次の3次正方行列 A について、以下の問いに答えよ。

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

【問1】 A の固有値と固有ベクトルをすべて求めよ。

【問2】 $P^{-1}AP$ が対角行列となるような正則行列 P とその逆行列 P^{-1} を求め、 A を対角化せよ。

第3問【解析学】（1 / 1）

微分可能な実関数 $f(x)$ に対して、関数 $g(x)$ を以下で与える。

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x} \int_0^x \frac{f(t)}{(t+1)^2} dt & (x \neq 0) \\ \lim_{x \rightarrow 0} g(x) & (x = 0) \end{cases}$$

【問1】 $g(0)$ を $f(0)$ を用いて表せ。

【問2】 極限值 $\lim_{x \rightarrow 0} g'(x)$ を $f'(0)$ を用いて表せ。ここで、 $g' = \frac{dg}{dx}$ を表す。

第4問【解析学】(1 / 1)

以下の問いに答えよ。

【問1】 次の極限值を求めよ。

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{x \sin x - \frac{\pi}{2}}{\cos x}$$

【問2】 関数 $y = \log \sqrt{\left|\frac{1+x}{1-x}\right|}$ の導関数 $\frac{dy}{dx}$ を求めよ。ただし、 $x \neq 1$ とする。

【問3】 $z = \sin x \cos y$, $x = e^t$, $y = \log t$ のとき、 $\frac{dz}{dt}$ を求めよ。

【問4】 次の不定積分を求めよ。

$$\int x^2 \tan^{-1} x \, dx$$

【問5】 次の定積分を求めよ。

$$\int_{-\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{1}{4x^2 + 9} \, dx$$

【問6】 次の広義積分を求めよ。

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{|x|}} \, dx$$