

<出題意図>

第1問

問1は場合の数について、問2は関数の定義域、値域や逆関数について、問3は積分について問う問題である。

第2問

問1はn進法と数列について、問2は命題の真偽について問う問題である。

第3問

ベクトルと平面図形について問う問題である。

第4問

関数の最大値、最小値および定積分について問う問題である。

<解答例>

第1問 (100点)

問1. 90

問2. (1) 定義域: $-1 \leq x < 2$, 値域: $f(x) \geq 0$

(2) 証明は省略, $f^{-1}(x) = \frac{2x^2-1}{x^2+1}$ ($x \geq 0$)

問3. (1) $-2(x+2)e^{-\frac{x}{2}} + C$ (2) $\frac{1}{2}(4 \log 2 - 3 \log 3)(2 \log 2 - \log 3)$

第2問 (100点)

問1. (1) $a_2 = 4, a_3 = 13$ (2) 3^{n-1} (3) $\frac{3}{4}(3^n - 1) - \frac{n}{2}$

問2. (1) 偽 (2) 真 (反例や証明は省略)

第3問 (100点)

問1. $\overrightarrow{AP} = \frac{t}{2}\vec{b} + \frac{t}{2}\vec{c}$, $\overrightarrow{BP} = \left(\frac{t}{2} - 1\right)\vec{b} + \frac{t}{2}\vec{c}$

問2. $\frac{t}{2-t}\vec{c}$ 問3. $\frac{3}{4}$ 問4. $\frac{27\sqrt{3}}{16}$

第4問 (100点)

問1. $0 < x < \frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{2} < x < \frac{5\pi}{6}$, $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$ で増加, $\frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{2}$, $\frac{5\pi}{6} < x < \frac{3\pi}{2}$ で減少,

最大値 4 ($x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$), 最小値 -5 ($x = \frac{3\pi}{2}$)

問2. $\frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$ 問3. $10\sqrt{3} + \frac{2}{3}\pi$